

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA JUDEȚEANĂ - 7 martie 2009

Filiera tehnologică : profil tehnic

CLASA a IX-a.

I. Se consideră următorul șir de numere reale $x_n = \frac{1}{3}n + \frac{2}{3}, n \in \mathbb{N}^*$

a) Să se calculeze x_{10}

b) Să se arate că șirul x_n constituie o progresie aritmetică.

c) Să se determine $\mathbb{N} \cap \{x_1, x_2, \dots, x_{100}\}$.

II. Să se determine valorile parametrilor reali a, b astfel încât

$$\{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 4x + a = 0\} \cup \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + bx - 3 = 0\} = \{-3, 1, 3\}.$$

III. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax^2 + bx + c$; cu $a, b, c \in \mathbb{Z}, a \neq 0$

a) Dacă u, v sunt numere întregi distincte să se arate că $(u - v) \mid (f(u) - f(v))$.

b) Dacă $f(2) = 2005$ arătați că $f(5) \neq 2009$, utilizând eventual punctul anterior.

IV. Graficul funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -\frac{2}{9}x^2 - \frac{4}{3}x + c, c \in \mathbb{R}$ descrie traiectoria parcursă

de mingea de baschet aruncată de un jucător spre coș.

a) Considerînd panoul avînd înălțimea de 3 m și aplicat în originea unui sistem de axe de coordonate, în plan vertical, și știind că mingea intră în coș determinați valoarea lui c .

b) Pentru $c=3$ precizați la ce distanță de coș mingea a atins înălțimea maximă și care a fost această înălțime.

Nota: Timp de lucru 3 ore

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect este notat de la 0 la 7